

Príklad 1. Zostrojte definičné obory a obory funkčných hodnôt týchto funkcií

(a) $f(x) = \sqrt{x-1}$ $[D_f = \langle 1, \infty \rangle, H_f = \langle 0, \infty \rangle]$

(b) $f(x) = \frac{2x-3}{x^2-3x+2}$ $[D_f = R - \{1, 2\} = (-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, \infty)]$

(c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $[D_f = \langle -1, 1 \rangle, H_f = \langle 0, 1 \rangle]$

(d) $f(x) = \log(\sin x)$ $[D_f = \bigcup_{k=-\infty}^{\infty} (2k\pi, (2k+1)\pi), H_f = R]$

Príklad 2. Zistite pre ktoré hodnoty argumentov je funkcia kladná resp. záporná

(a) $f(x) = 2x^2 - 8$ $[f(x) > 0$ pre $x \in (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$, $f(x) < 0$ pre $x \in (-2, 2)$]

(b) $f(x) = \log(x^2 + 1)$ $[x \in R]$

Príklad 3. Zistite intervaly monotónnosti funkcie

(a) $f(x) = x^2 + 2x + 1$ $[\searrow$ pre $x \in (-\infty, -2)$, \nearrow pre $x \in (-2, \infty)]$

(b) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ $[\searrow$ pre $x \in (0, \infty)$, \nearrow pre $x \in (-\infty, 0)]$

Príklad 4. Zostrojte zložené funkcie $F(x) = f[g(x)]$ a $G(x) = g[f(x)]$

(a) $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$, $g(x) = \sqrt{x}$ $[F(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$, $G(x) = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$]

(b) $f(x) = \log x$, $g(x) = \sqrt{1-x}$ $[F(x) = \log \sqrt{1-x}$, $G(x) = \sqrt{1-\log x}]$

(c) $f(x) = \sqrt{1+x^2}$, $g(x) = \cos x$ $[F(x) = \sqrt{1+\cos^2 x}$, $G(x) = \cos \sqrt{1+x^2}]$

Príklad 5. Vypočítajte limitu postupnosti

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 1}{n - 1}$ $[\infty]$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{2n - 1}$ $[1/2]$

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 + 1})$ $[0]$

(d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n}{n^2}$ $[0]$

(e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 1}{n^2 - 1} \right)^2$ $[4]$

Príklad 6. Vypočítajte limitu funkcie

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-5}{x^2-2x+3}$ [1/3]

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-3x+2}$ [-1]

(c) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ [1/4]

(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x-2} - \sqrt{x})$ [0]

(e) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2+1})$ [0]

(f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 2x}$ [5/2]

(g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2}$ [1]

(h) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cotg x$ [1]

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} kx}{x}$ [k]

(j) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \operatorname{tg} x}$ $[-1/\sqrt{2}]$

Príklad 6. Dodefinujte funkciu $f(x)$ tak, aby bola spojitá v bode a .

(a) $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$, $a=2$ [$f(x) = (x^2-4)/(x-2)$ pre $x \neq 2$, $f(x) = 4$ pre $x = 2$]

(b) $f(x) = \frac{1-x^2}{1-x}$, $a=1$ [$f(x) = (1-x^2)/(1-x)$ pre $x \neq 1$, $f(x) = 2$ pre $x = 1$]