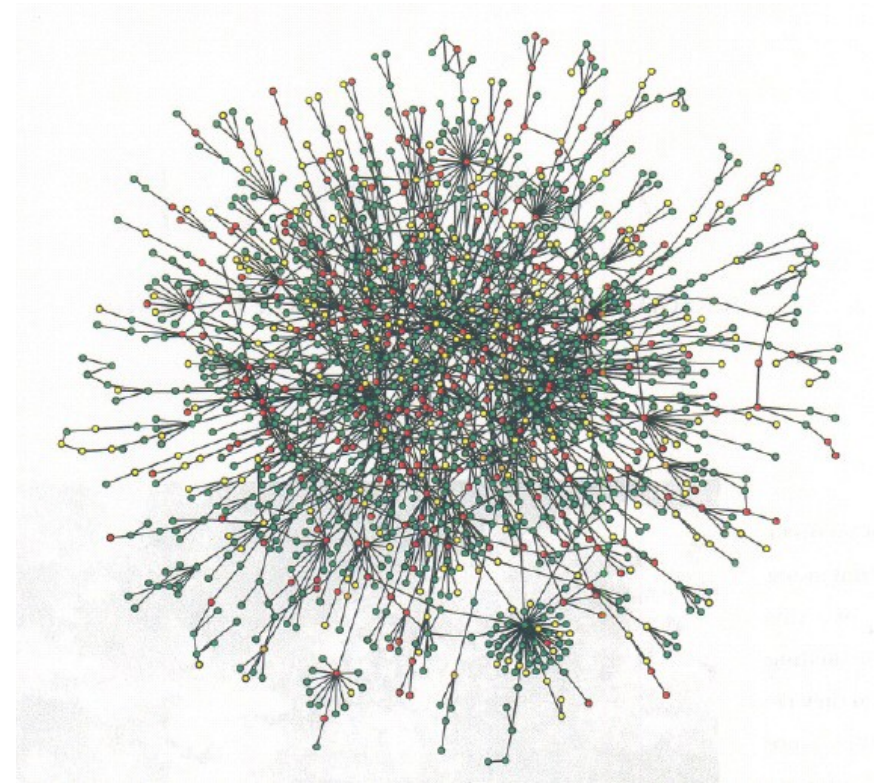
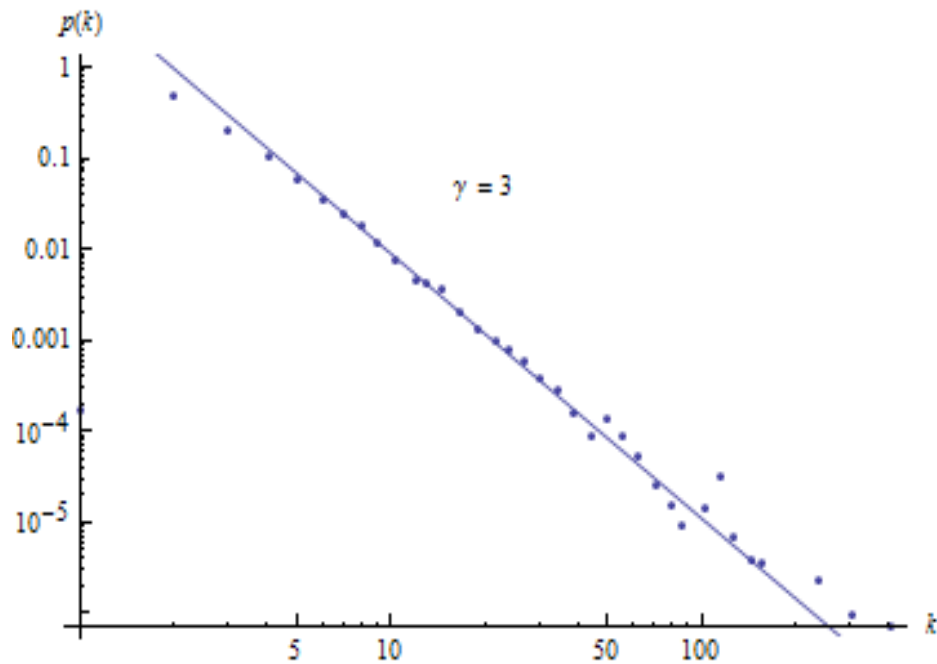


# Model hierarchickej siete

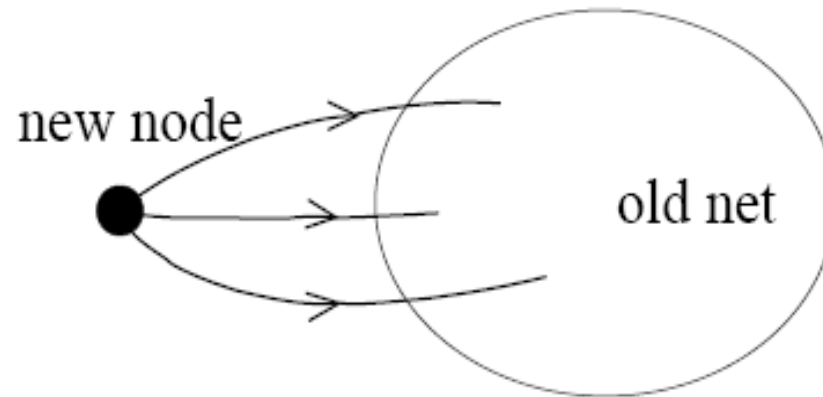
# Scale-free siete

Power-law distribúcia stupňov vrchola

$$P(k) = k^{-\gamma}$$



# Model preferenčného pripájania

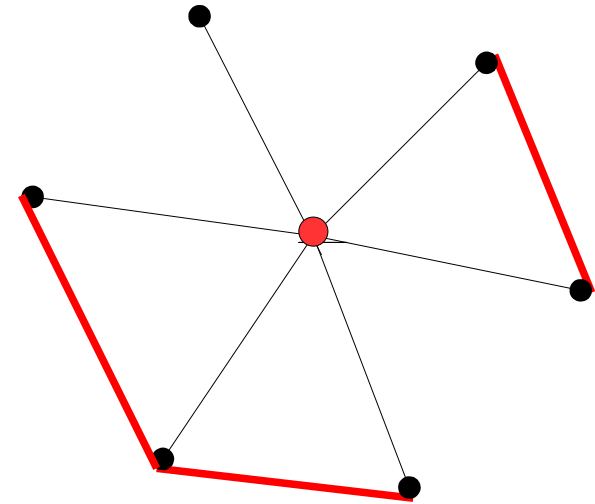


Albert-Barabási model - V každom časovom okamihu sa k sieti pridá nový uzol, ktorý sa preferenčne pripojí k  $m$  existujúcim uzlom. Pravdepodobnosť výberu uzla je priamo úmerná jeho stupňu.

# klasterizačný koeficient

$$C(s) = \frac{2 E(s)}{k(s)(k(s)-1)}$$

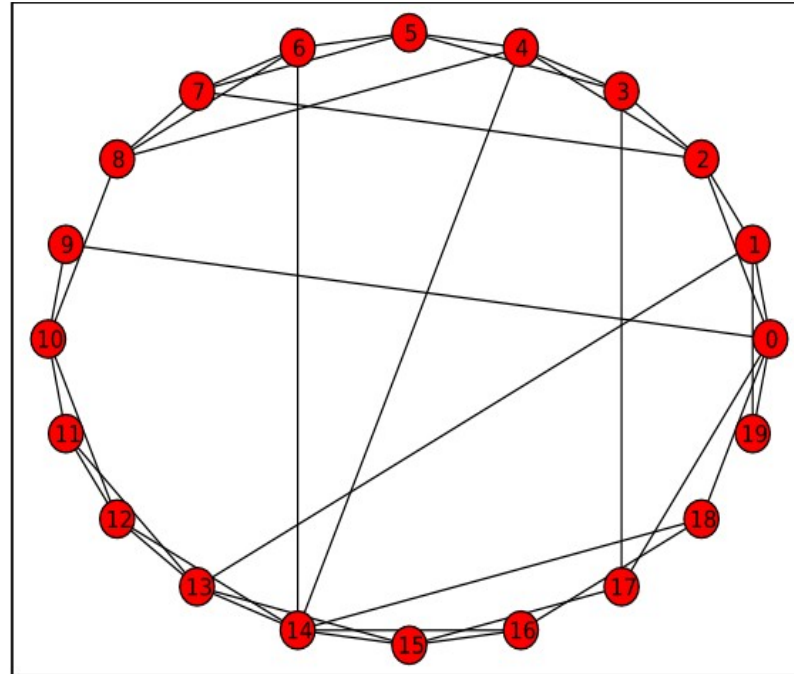
Pomer strán medzi susedmi vrchola  $s$  a všetkých možných hrán medzi jeho susedmi



Vyjadruje schopnosť vrcholov vytvárať zhluky - klastre

$$c = \frac{3}{15} = 0.2$$

# Small-world siete



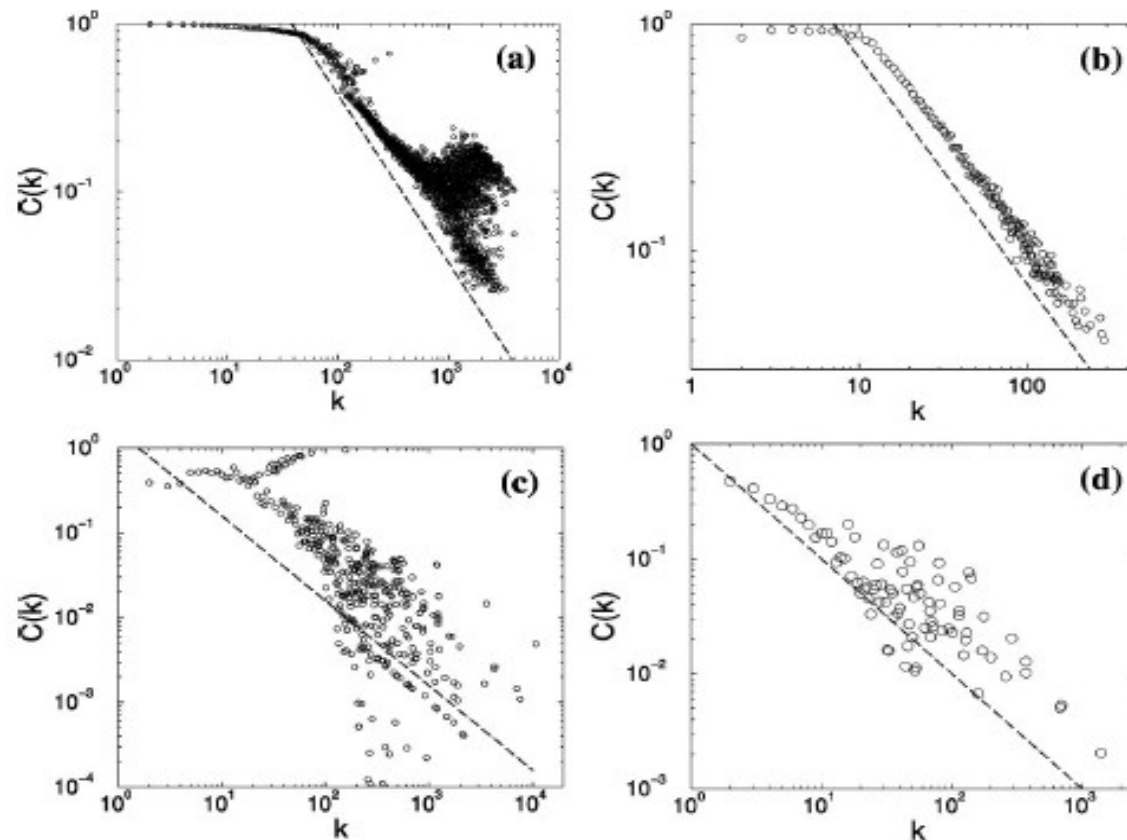
Nízka priemerná vzdialenosť dvoch vrcholov  
vďaka „skratkám“

$$\bar{l} = \ln(N)$$

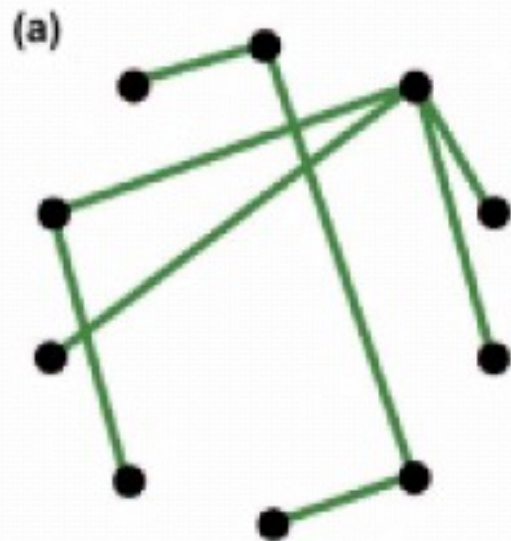
Vysoký priemerný  
klasterizačný koeficient  
v porovnaní s náhodnými grafmi

# Hierarchia clustrov v reálnych sieťach

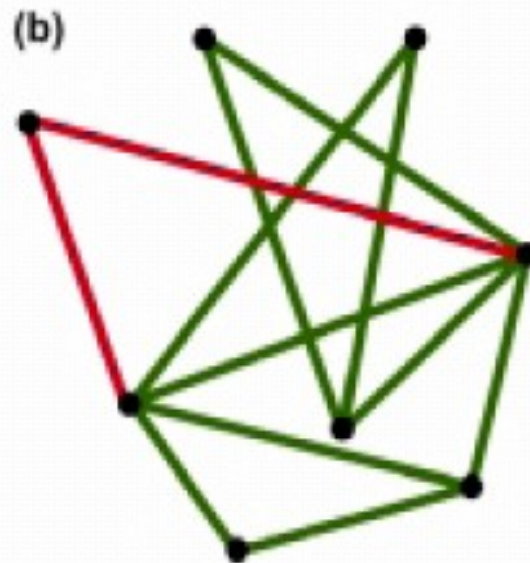
V reálnych sieťach sa často vyskytujú hierarchie klastrov,  
distribúcia  $C(k)$  pre takéto siete má tiež power-law charakter!!!



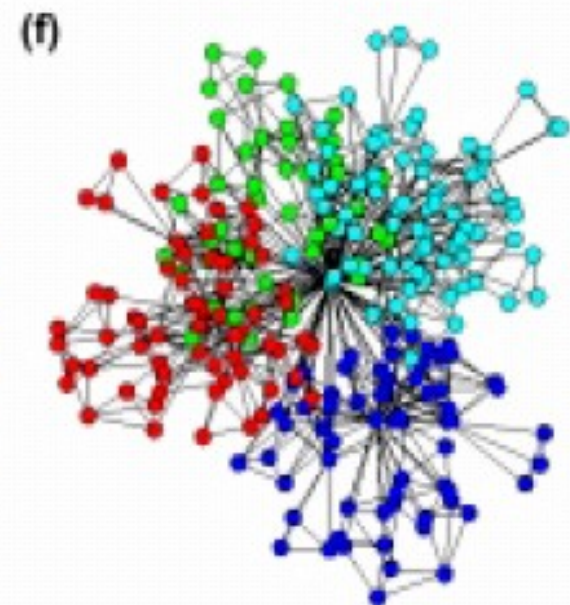
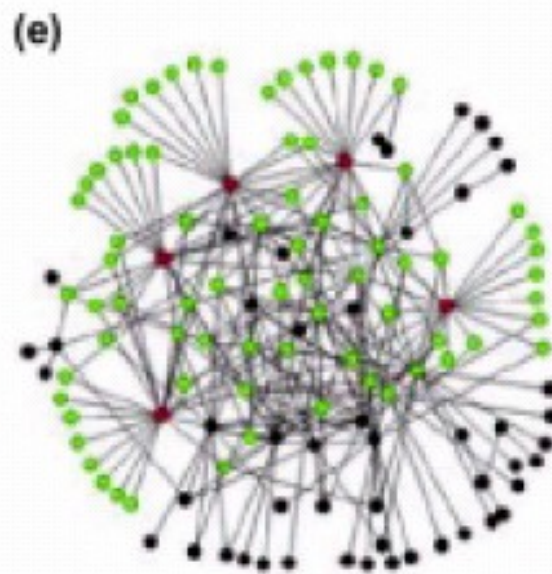
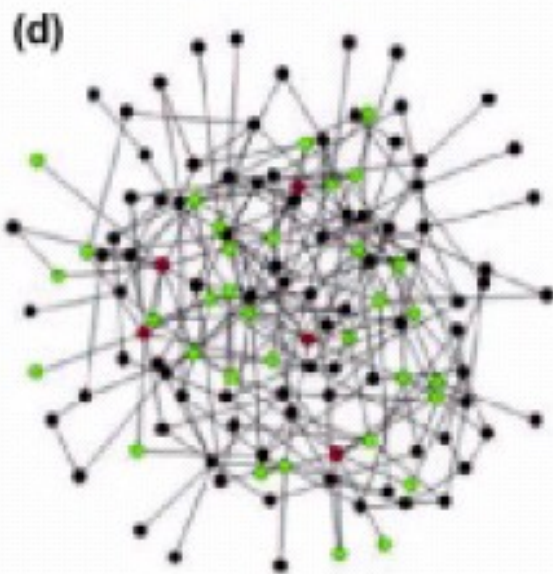
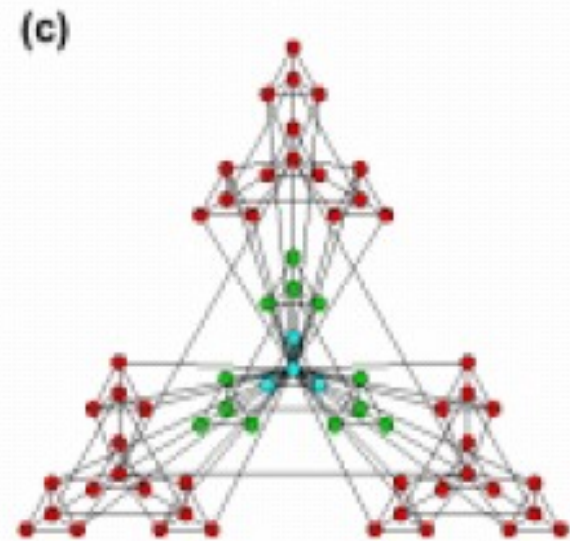
Random network



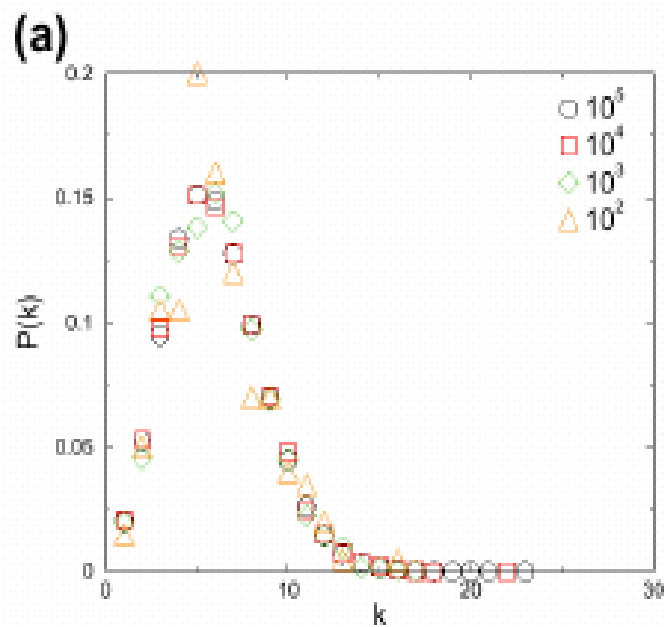
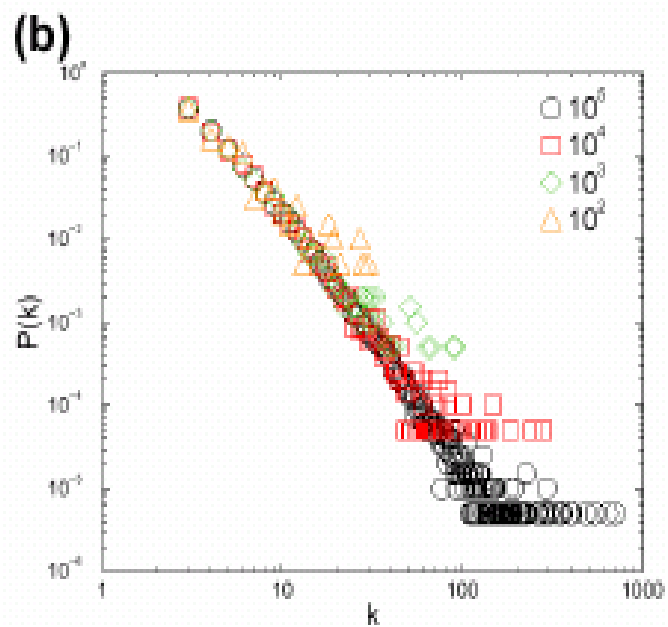
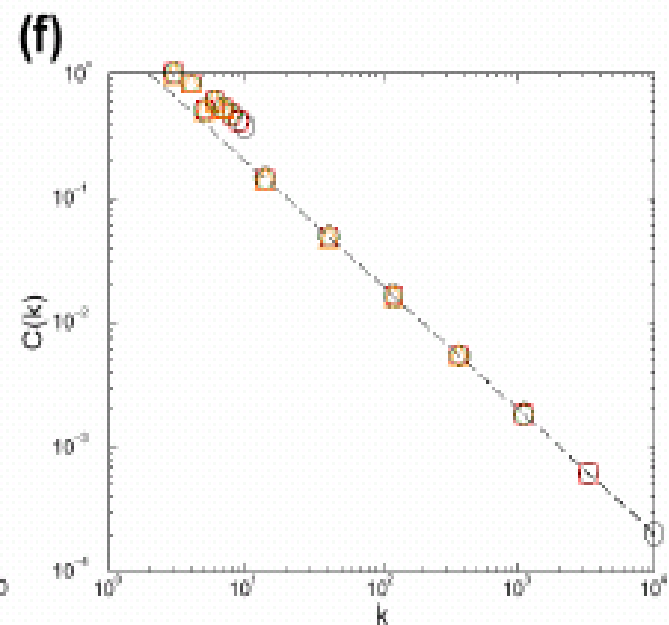
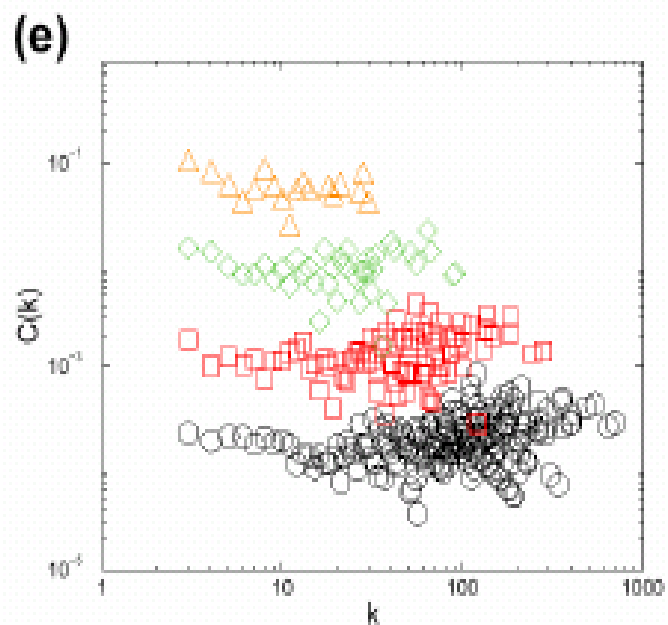
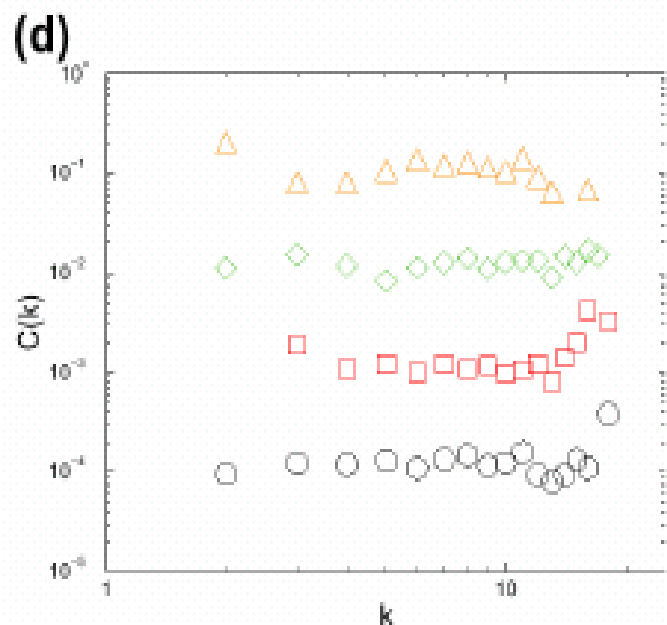
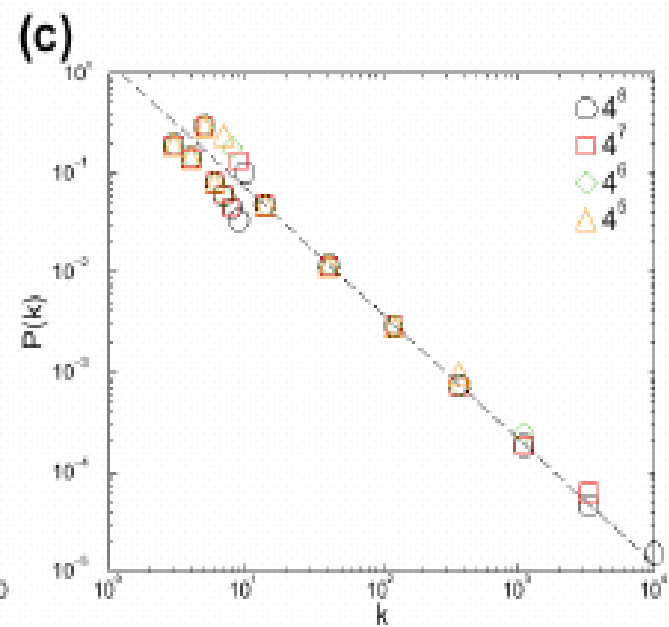
Scale-free network



Hierarchical network





**Random network****Scale-free network****Hierarchical network**

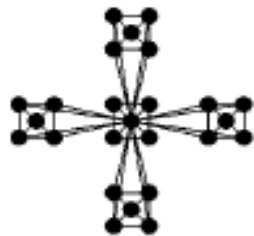


# Dynamický model

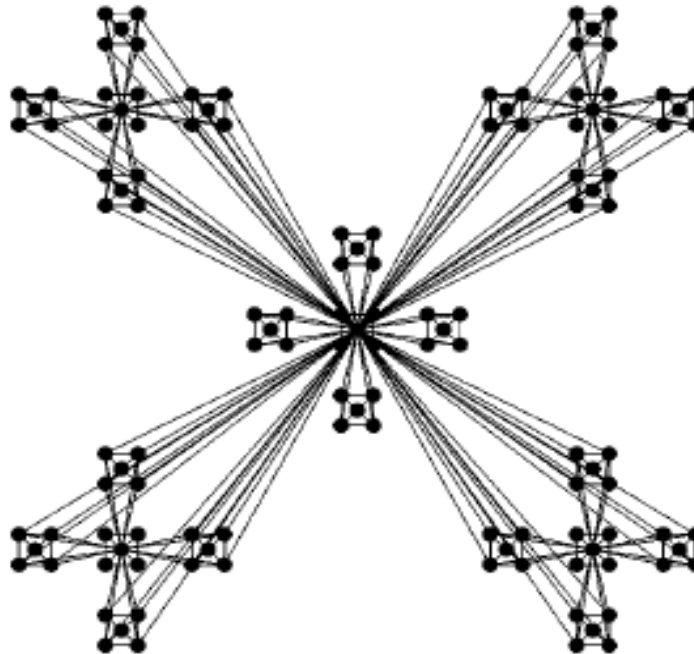
Barabási-Ravasz model – dynamický deterministický proces založený na spájení vzorov



(a)  $n=0$ ,  $N=5$



(b)  $n=1$ ,  
 $N=25$



(c)  $n=2$ ,  $N=125$

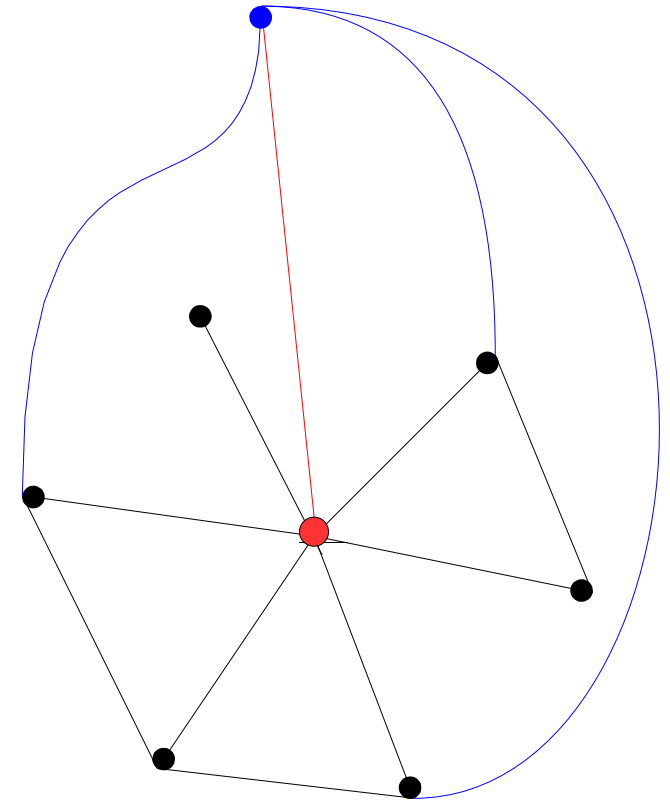
$$C(k) = k^{-\beta}$$

# Existuje náhodný proces vedúci k hierarchickej sieti?

- Začíname z malého kompletného grafu
- V každom čase pridáme nový uzol, ktorý sa ku grafu pripojí  $m$  hranami
- Jedna z hrán sa pripojí k existujúcemu uzlu  $s$  na základe preferencie úmernej klasterizačnému koeficientu uzla  $s$

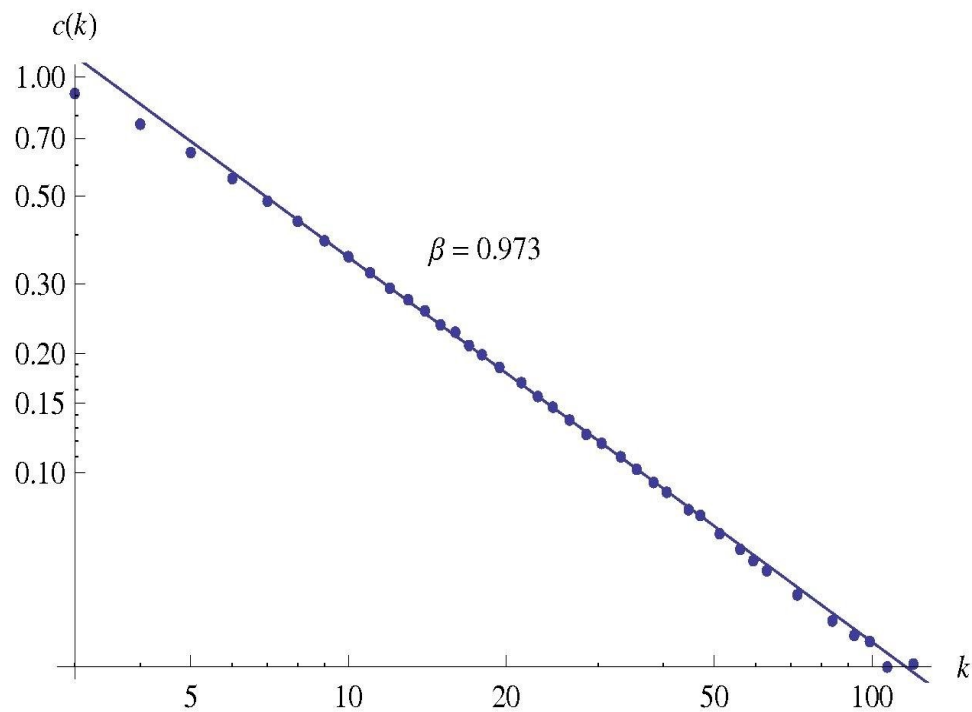
$$p(s) = \frac{C(s)}{\sum_{i=1}^t C(i)}$$

- Zvyšných  $m-1$  hrán je náhodne pripojených k susedom uzla  $s$ .

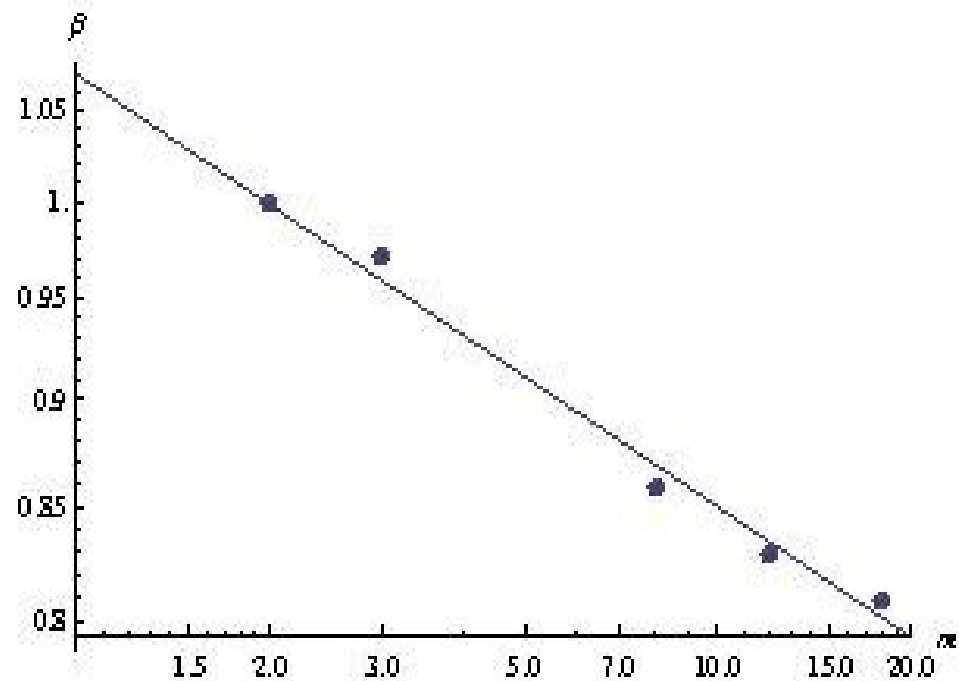


# Áno

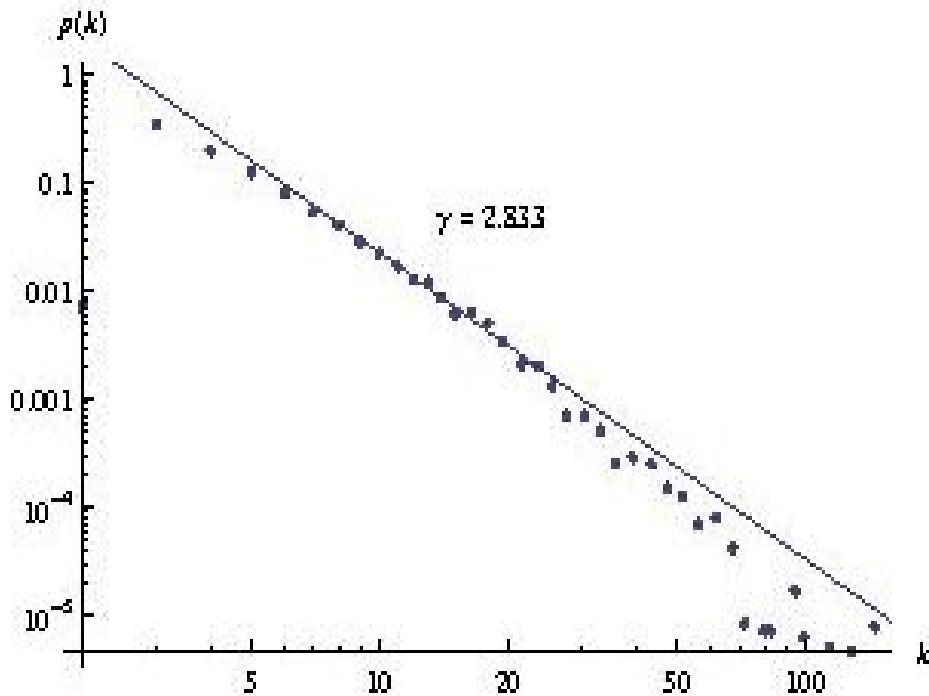
$C(k)$



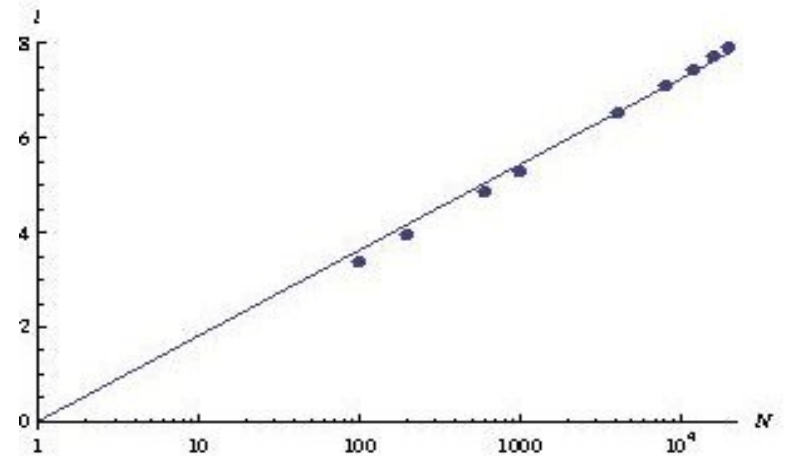
$\beta$  klesá s rastúcim parametrom  $m$



# Model má vlastnosti small-world a scale-free



$P(k)$

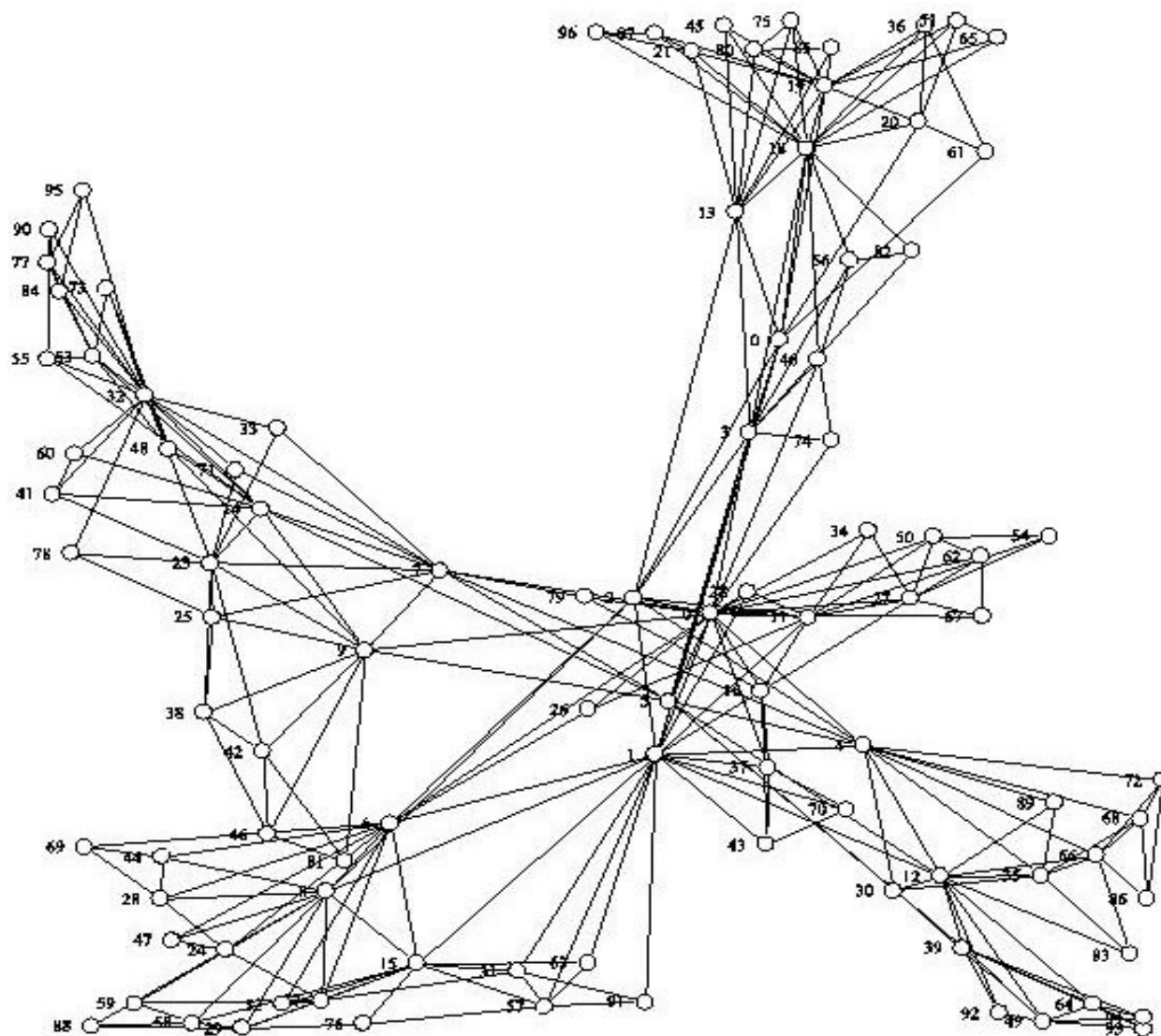


$$\bar{l} = \ln(N)$$

Klasterizačný koeficient nezávislý  
od veľkosti siete a parametru  $m$

$$\bar{C} = 0.666$$

# Graf hierarhickej siete



A. L. Barabasi, R. Albert, Emergence of scaling in random networks, Science 286 (1999) 3616

S. N. Dorogovtsev, J. F. F. Mendes, Evolution of networks, Adv. Phys. 51 (2002) 1079

E. Ravasz, A. L. Barabasi, Hierarchical organization in complex networks, Phys. Rev. E 67 (2003) 026112