

PETER LEDŇA

ZADANIE:

Ak ako hráč z dvojice hráčov vo väzňovej dileme viem, že môj spoluhráč si zo začiatku zvolí spoluprácu a bude spolupracovať, dokiaľ ja budem spolupracovať, ako sa mám logicky zachovať pri 10 ťahoch, keď mojím cieľom je získať čo najviac? Ako sa mám zachovať, keď nie je určený počet ťahov, ale ťah so spoluhráčom sa bude opakovať s určitou pravdepodobnosťou p ? Na základe veľkosti p odvodte vzorček, kedy spolupracovať.

Stratégia tit-for-tat

Hráč č.1

Kooper.

Podvádza

Kooper.

Hráč č.2

Podvádza

(3,3)

(0,5)

(5,0)

(1,1)

	(3,3)	(0,5)
	(5,0)	(1,1)

Ako maximalizovať svoj zisk?

Krok	Hráč 1		Hráč 2	
1	Kooper.	3	Kooper	3
2	Kooper.	3	Kooper	3
3	Kooper	3	Kooper	3
4	Kooper.	3	Kooper	3
5	Kooper.	3	Kooper	3
6	Kooper.	3	Kooper	3
7	Kooper.	3	Kooper	3
6	Kooper.	3	Kooper	3
9	Kooper	3	Kooper	3
10	Podvod	5	Kooper	0
SUMA		32		27

Ako sa správať ak viem, že pravdepodobnosť, že nastane ďalší ťah je p ???

Aká je celková pravdepodobnosť vzhľadom k všetkým možnostiam?

Všetkých možností je

$$1 + p + p^2 + p^3 + \dots + p^{N-1} + p^N + p^{N+1} + \dots$$

Čo je suma geometrického radu

$$\begin{array}{r}
 S_n = 1 + p + p^2 + p^3 + \dots + p^{N-1} \quad / \times p \\
 p \times S_n = p + p^2 + p^3 + \dots + p^{N-1} + p^N \quad \text{Rozdiel} \\
 \hline
 S_n(p-1) = 1 + 0 + \dots + 0 - p^N \\
 S_n = (1 - p^N) / (1 - p)
 \end{array}$$

$$S = \lim_{N \rightarrow \infty} S_n = 1/(1-p) \quad / \text{ ak } |p| < 1$$

Za dlhodobú spoluprácu získam:

$$3(1+p+p^2 + p^3 + \dots + p^{N-1} + \dots) = 3/(1-p)$$

Za dlhodobú nespoluprácu získam:

$$5 + 1 \times (p + p^2 + p^3 + \dots + p^{N-1} + \dots) = 5 + 1/(1-p)$$

Musí teda platiť

$$3/(1-p) \geq 5 + 1/(1-p)$$

Čo dostanem ak N ťahov spolupracujem a potom začnem nespolupracovať?

$$3(1+p+p^2+p^3+\dots+p^{N-1}+\dots) + 5p^N + 1p^{N+1} + 1p^{N+1} \dots = \\ = 3(1-p^N)/(1-p) + 5p^N + p^{N+1}/(1-p)$$

Musí platiť:

$$3/(1-p) \geq 3(1-p^N)/(1-p) + 5p^N + p^{N+1}/(1-p)$$

Sumarizácia:

Hráč sa musí rozhodnúť na základe nerovníc:

$$\blacktriangleright \quad 3/(1-p) \geq 5+1/(1-p)$$

$$\blacktriangleright \quad 3/(1-p) \geq 3 (1-p^N) / (1-p) + 5p^N + p^{N+1} / (1-p)$$