

## Zadanie cvičení na 11.5.2006

### Kriška:

1. Napíšte evolučný algoritmus, optimalizujúci 4-stavové konečné automaty. Použite {C,D} pre vstupnú a výstupnú abecedu. Fitness bude spočítaná pomocou hrania väzenskej dilemy so všetkými ostatnými v populácii. Konečnostavový automat použije svoju momentálnu odpoveď ako momentálny ťah, a posledný ťah protihráčskeho automatu ako vstup. Každý pár automatov by mal zohrať n partii za sebou. Fitness automatu je jeho konečné skóre. Začnite pre každý automat hru znova v jeho počiatočnom stave pre nového protivníka. Neuschovávajú informáciu medzi generáciami. Použite roulette wheel výber, dvojbodové kríženie, jednobodovú mutáciu. Použite veľkosť populácie 36, nahraďte 12 automatov v každej generácii a nechajte ju vyvíjať 100 generácií. Uschovajte priemerný fitness každej generácie vydelenej 35n (počet odohraných hier). Urobte 30 behov. Vykreslite priemery v každej generácii oproti číslu generácie. Urobte pre n=1,20 a 150. Pre ktorý z behov priemerné hodnoty najlepšie dosahujú kooperáciu (skóre 3)? Uschovajte automaty z poslednej generácie pre n=1 a 150 pre vášho nadsledujúceho kolegu. Zoberte konečnú populáciu z príkladu 1 a zistite, ktoré zo stratégií sa nachádzajú často, občas alebo nikdy pre stratégie vždy spolupracuj vždy urob podraz tit-for-tat = kooperuje, potom opakuje posledný ťah oponenta tit-for-two=tats spočiatku kooperuje, potom kooperuje keď posledne 2 ťahy oponent nekooperoval Pavlov – spočiatku kooperuje, potom kooperuje keď posledne jeho odpoveď a odpoveď protihráča sa zhodovali. Nájdite, ktorá zo stratégií je dominujúca.

### Ledňa

2. Ak ako hráč z dvojice hráčov vo väzňovej dileme viem, že môj spoluhráč si zo začiatku zvolí spoluprácu a bude spolupracovať, dokiaľ ja budem spolupracovať, ako sa mám logicky zachovať pri 10 ťahoch, keď mojím cieľom je získať čo najviac? Ako sa mám zachovať, keď nie je určený počet ťahov, ale ťah so spoluhráčom sa bude opakovať s určitou pravdepodobnosťou  $p$ ? Na základe veľkosti  $p$  odvoďte vzoreček, kedy spolupracovať.<sup>1</sup>

### Tatranský

3. Keď je veľa stratégií tit-for-tat (001) a jedna stratégia „zloduch“ (111), zloduch má najmenšie fitness. Keď je veľa stratégií „zloduch“ (111) a jedna stratégia tit-for-tat (001), tit-for-tat má najmenšie fitness. Vyroberte graf pre 10 stratégií, kde na osi  $x$  je počet stratégií tit-for-tat od 1 po 9 (ostatné sú stratégie zloduch), na osi  $y$  je počet opakovaní ťahov pre jednotlivé dvojice (od 1 po 10), a na osi  $z$  je zobrazený súčet ohodnotení jedinca zo stratégiou tit-for-tat pre daný počet opakovaní mínus súčet ohodnotení jedinca so stratégiou zloduch. Vyhodnoťte, kedy pre populáciu desiatich stratégií je ktorá z dvoch uvedených stratégií stabilná, teda odolná proti „vpádu“ druhej, vtreleckej stratégie nahradzujúcej jednu z desiatky ostatných stratégií, a kedy ktorá zo stratégií získa viac bodov.

<sup>1</sup> Ukážte najprv, že  $1 + p + p^2 + \dots + p^{m-1} = (1 - p^m) / (1 - p)$ , a  $1 + p + p^2 + \dots = 1 / (1 - p)$

Vojtek

4. Keď hrá stratégia tit-for-tat (001) a „zloduch“ (111) spolu 10 ťahov a keď je mojím cieľom získať čo najviac, ktorú stratégiu si vyberiem v prípade, že administrátor (povedzme kanadská jazdná polícia) s pravdepodobnosťou  $p$  zoberie nespolupracujúcemu interagujúcemu s momentálne spolupracujúcim práve získané body  $T$  ako pokutu? Odvodte vzorček, ktorý určí priemerne získané body pre stratégie tit-for-tat a zloduch v závislosti od  $p$ . Závisí výhra jedného nad druhým od počtu ťahov?

Skuhra

5. Pascalov trojuholník je trojuholník z čísel usporiadaných v posunutých radoch

tak, že  $a_{nr} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$ , kde posledný výraz je binomický koeficient.

Trojuholník bol študovaný Blaisom Pascalom (tým, čo navrhol kalkulátor Pascaline, pozri kapitolu 1), ale tento trojuholník bol študovaný už 500 rokov predtým čínskym matematikom Yanghuim a Perzským astronómom a básnikom Omarom Chajjámom. Vytvorte aspoň 8 riadkov tohto trojuholníka a vyfarbite čiernou všetky nepárne čísla. Ktorý preberaný fraktál vám vyfarbený útvar pripomína? Ukážte na základe vlastností súčtov párnych a nepárnych čísel, že takéto farbenie je ekvivalentné pravidlu č. 90 Wolframovho jednorozmerného celulárneho automatu