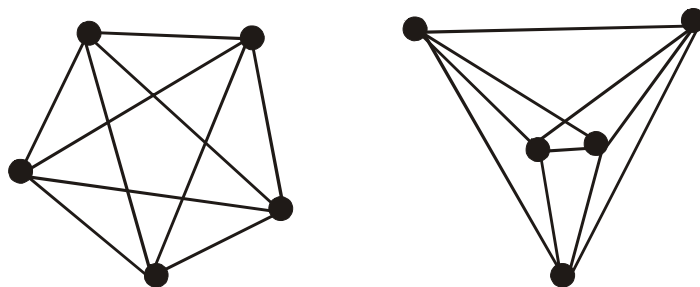


Zadanie na cvičenie na 20. apríla 2006

Úkolom je nájsť rozmiestnenie vrcholov kompletného grafu v rovine tak, aby, keď sú spojené úsečkami, sa čo najmenší počet úsečiek krížil. Príkladom sú nasledujúce vykreslenia kompletného grafu u 5 vrcholoch, prvý s 5 prekríženiami, druhý iba s jedným prekrížením.



Samozrejme, keď hrany vychádzajú z jedného vrcholu, tak ich nepovažujeme za krížujúce sa. Predpokladajme, že máme dve hrany určené dvojicami vrcholov so súradnicami  $x$  a  $y$ , napr  $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2)\}, \{(x_3, y_3), (x_4, y_4)\}$  kde platí  $x_1 \leq x_2$  a  $x_3 \leq x_4$ .

Jednoducho sa potom dá spočítať smernice úsečiek  $a_1$  a  $a_2$  a  $x$ -ovú súradnicu priesečníku priamok určených hranami nájdeme ako

$$x_i = \frac{a_1 x_1 - y_1 - a_2 x_3 + y_3}{a_1 - a_2}$$

potom môžeme zistiť, či  $x_1 \leq x_i \leq x_2$  a  $x_3 \leq x_i \leq x_4$ , teda, či sa úsečky (hrany) pretínajú.

Musíme samozrejme ošetriť prípad, kedy sa  $a_1$  či  $a_2$  rovná nekonečnu, alebo  $a_1 = a_2$ . V prípade, že 3 vrcholy ležia na jednej priamke, budeme štruktúru považovať za jedno prekríženie. Pre kompletné grafy sú známe nasledujúce minimálne počty prekrížení

n	2	3	4	5	6	7	8	9
počet prekrížení	0	0	0	1	3	9	19	36

Pre väčšie kompletné grafy nie je minimálny počet prekrížení známy.

Kasan:

1. Použite hillclimbing s mutáciou súradníc o veľkosti 0,1 umiestnenia vrcholov na nájdenie rozmiestnenia vrcholov kompletného grafu pre  $n=4$  a  $n=5$  s čo najmenším počtom prekrížení. Počiatočné umiestnenia vrcholov by mali byť v štvorci o jednotkovej hrane, ale mutácie môžu vysunúť vrcholy mimo tohto štvorca. Vypočítajte priemer a smerodajnú odchýlku na počet pokusov k dosiahnutiu cieľa pre každý z grafov.

Moravčík:

2. Použite hillclimbing s gaussovskou mutáciou so sigmou 0,1 umiestnenia vrcholov na nájdenie rozmiestnenia vrcholov kompletného grafu pre  $n=4$  a  $n=5$  s čo najmenším počtom prekrížení. Počiatočné umiestnenia vrcholov by mali byť v štvorci o jednotkovej hrane, ale mutácie môžu vysunúť vrcholy mimo tohto štvorca. Vypočítajte priemer a smerodajnú odchýlku na počet pokusov k dosiahnutiu cieľa pre každý z grafov.

Vojtek:

3. Použite genetický algoritmus s výberom s turnajom a jednobodovým krížením s mutáciou súradníc o veľkosti 0,1 umiestnenia vrcholov na nájdenie rozmiestnenia vrcholov kompletného grafu pre  $n=4$  a  $n=5$  s čo najmenším počtom prekrížení. Počiatočné umiestnenia vrcholov by mali byť v štvorci o jednotkovej hrane, ale mutácie môžu vysunúť vrcholy mimo tohto štvorca. Vypočítajte priemer a smerodajnú odchýlku na počet pokusov k dosiahnutiu cieľa pre každý z grafov.

Sýkora

4. Použite genetický algoritmus s výberom s turnajom a jednobodovým krížením s gaussovskou mutáciou so sigmou 0,1 umiestnenia vrcholov na nájdenie rozmiestnenia vrcholov kompletného grafu pre  $n=4$  a  $n=5$  s čo najmenším počtom prekrížení. Počiatočné umiestnenia vrcholov by mali byť v

štvorci o jednotkovej hrane, ale mutácie môžu vysunúť vrcholy mimo tohto štvorca. Vypočítajte priemer a smerodajnú odchýlku na počet pokusov k dosiahnutiu cieľa pre každý z grafov.

Tatranský:

5. Odvodte (dokážte) maximálny možný počet prekrížení pre "rectilineárne" vykreslenie kompletného grafu v závislosti na počtu  $n$  jeho vrcholov.