Prezentácia: Problém č. 2

cvičenie z EA, 16.3.2006

Autor: Tomáš Tatranský

Zadanie

Funkcia $$f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2 + 1}$$

tvorí jediný kopček s vrcholom v (0,0). Predpokladajme, že máme dvojicu reálnych čísel x,y s fitnes $f(x,y)$. Mutácia spočíva v posune o vzdialenosť práve 1 v smere zvolenom celkom náhodne. Dokážte, že z každého bodu v rovine existuje sekvencia mutácií, ktorou sa dá prejsť na vrchol.

Riešenie

- Na dokázanie stačí nájsť pre ľubovoľné hodnoty x a y cestu do vrcholu (0,0), zloženú z úsečiek, ktoré majú všetky dĺžku 1. Preto budeme postupovať, tak že zostrojíme takúto cestu.

Riešenie (2)

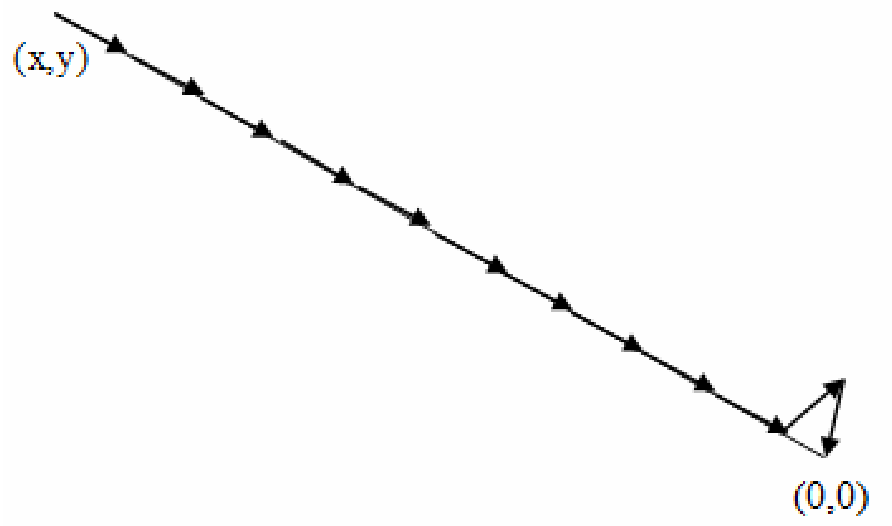
- Ak sú hodnoty (x,y) rovné (0,0), nie je potrebné cestu hľadať.
- Ak sú hodnoty (x,y) rozdielne od (0,0), potom vrchol (x,y) spojíme úsečkou s bodom (0,0). Vytvorenú úsečku rozdelíme na úsečky dĺžky 1 a prehlásime, že tieto tvoria nami zvolenú cestu k vrcholu (0,0).

Riešenie (3)

- Z veľkou pravdepodobnosťou nám na konci zostala úsečka s dĺžkou menšou ako 1. Ak sa tak stalo, zostrojíme nad touto úsečkou rovnoramenný trojuholník s dĺžkami ramien 1. Tieto ramená pridáme k úsečkám tvoriacich cestu k vrcholu (0,0).

Príklad

- Na obrázku je možné vidieť ako sme zostrojili cestu z vrcholu (x,y) do vrcholu (0,0)



Záver

- Takto sme našli jednu možnú cestu z vrcholu (x,y) do vrcholu (0,0). Táto cesta sa dá priamo previesť na sekvenciu mutácií. Každá jednotková úsečka predstavuje jednu mutáciu smerom k vrcholu (0,0).
- Dokázali sme, že z každého bodu v rovine existuje sekvencia mutácií, ktorou sa dá prejsť na vrchol.