

# Prednáška 8: Algebraický prístup k špecifikácii softvéru

Metódy a prostriedky špecifikácie 2012/13

Valentino Vranič

Ústav informatiky a softvérového inžinierstva  
Fakulta informatiky a informačných technológií  
Slovenská technická univerzita v Bratislave

20. november 2012

## Obsah prednášky

- 1 Úvod
- 2 Typy a funkcie
- 3 Axiómy a predpoklady
- 4 Predpoklady
- 5 Dôsledky a invarianty
- 6 Iný príklad: objednávka
- 7 Zásobník v jazyku Z
- 8 K implementácii

# Úvod

# Problém prešpecifikácie

- Zmena vnútornej štruktúry
- Zapuzdrenie
- Rozhranie – definuje signatúry operácií
- Pod rozhraním si predstavujeme určité správanie
- Ale ani programovacie jazyky, ani UML nám neumožňuje toto správanie vyjadriť abstraktne

## Príklad: zásobník

- Zásobník – angl. stack = stoh (napr. sena)
- LIFO – Last In, First Out
- Rôzne reprezentácie (štruktúry), napr.
  - zrežazený zoznam
  - pole
  - postupnosť (v jazyku Z)
- Ktorá je správna?
- Ako definovať zásobník bez určenia jeho reprezentácie?

# Definícia zásobníka bez reprezentácie

- Prostredníctvom *operácií* alebo *funkcií* sa vyhneme reprezentácii
  - Po vložení prvku na zásobník bude tento prvok viditeľný ako prvý
  - Po vložení prvku na zásobník bude tento prvok operáciou výberu prvý odstránený
  - Po vytvorení zásobník bude prázdny
- Funkcionálne/aplikatívne vyjadrenie

# Abstraktné typy údajov

- Abstract data type (ADT) – abstraktný typ údajov
- Abstrahujeme od štruktúry typu
- Typ definujeme správaním
- Správanie je vyjadrené prostredníctvom funkcií v aplikatívnom (matematickom) zmysle
- Funkcie nemenia žiadne hodnoty – nemajú vedľajšie účinky (side effects)

# Štruktúra abstraktného typu údajov

- Typy
- Funkcie
- Axiómy
- Predpoklady



# Typy a funkcie

# Typy

- Zásobník – príklad vychádza zo špecifikácie Bertranda Meyera<sup>1</sup>

*Stack*[*E*]

---

<sup>1</sup>B. Meyer. Object-Oriented Software Construction. Prentice Hall, 2nd edition, 2000.

# Funkcie

$new : Stack[E]$

$empty : Stack[E] \rightarrow Boolean$

$push : Stack[E] \times E \rightarrow Stack[E]$

$pop : Stack[E] \rightarrow Stack[E]$

$top : Stack[E] \rightarrow E$

## Parciálne a totálne funkcie

- Funkcia je zobrazenie prvkov definičného oboru na prvky oboru hodnôt (relácia), pričom každému prvku definičného oboru zodpovedá najviac jeden prvok oboru hodnôt
- Definičný obor – doména (domain)
- Obor hodnôt – kodoména (range)
- Funkcia je parciálna, ak nie je definovaná pre všetky prvky domény
- Funkcia *top* napr. nie je definovaná pre prázdny zásobník

$$\textit{top} : \textit{Stack}[E] \rightarrow E$$

- Funkcia je totálna, ak nie je parciálna
- Príklad: funkcia *empty*

$$\textit{empty} : \textit{Stack}[E] \rightarrow \textit{Boolean}$$

# Axiómy a predpoklady

# Axiómy

$\forall e : E, s : Stack[E]$

$A1 : top(push(s, e)) = e$

$A2 : pop(push(s, e)) = s$

$A3 : empty(new)$

$A4 : \neg empty(push(s, e))$

# Predpoklady

# Predpoklady

$pop(s : Stack[E])$  requires  $\neg empty(s)$

$top(s : Stack[E])$  requires  $\neg empty(s)$



# Dôsledky a invarianty

## Dôsledky (1)

- Dôsledky funkcií bývajú vyjadrené axiómami, ktoré sledujú vlastnosti výsledku uplatnenia týchto funkcií
- Inak povedané, dôsledok je definovaný uplatnením dopytovej funkcie nad skúmanou funkciou
- Klasifikácia funkcií v ADT (označenie: Meyer – obvyklé):
  - creator function – constructor
  - query function – accessor
  - command function – modifier
- Invarianty nie sú vyjadrené priamo axiómami, lebo súvisia so štruktúrou, a tú v ADT nevyjadrujeme

## Dôsledky (2)

$\forall e : E, s : Stack[E]$

$A1 : top(push(s, e)) = e$

$A2 : pop(push(s, e)) = s$

$A3 : empty(new)$

$A4 : \neg empty(push(s, e))$

- A1 – po aplikovaní funkcie `push()`, na vrch zásobníka bude pridaný príslušný prvok
- A2 – po aplikovaní funkcie `pop()`, vrchný prvok už nebude na zásobníku
- A3 – zásobník je po vytvorení prázdny
- A4 – po aplikovaní funkcie `push()`, zásobník nebude prázdny

# Iný príklad: objednávka

# Požiadavky

- Objednávka tovaru
- Objednávka je po vytvorení prázdna
- Položky je možné pridávať a odoberať
- Po expedovaní už nie je možné objednávku meniť
- Objednávku je možné zrušiť (aj neprázdnu)

# Prvý pokus

## Typy

*Objednavka, Polozka*

## Funkcie

*nova : Objednavka*

*pridajPolozku : Objednavka  $\times$  Polozka  $\rightarrow$  Objednavka*

*odoberPolozku : Objednavka  $\times$  Polozka  $\rightarrow$  Objednavka*

*expeduj : Objednavka  $\rightarrow$  Objednavka*

*zrus : Objednavka  $\rightarrow$  Empty*

*prazdna : Objednavka  $\rightarrow$  Boolean*

## Axiómy

$\forall p : \text{Polozka}, o : \text{Objednavka}$

*A1 :  $\text{odoberPolozku}(\text{pridajPolozku}(o, p), p) = o$*

*A2 :  $\text{prazdna}(\text{nova})$*

*A3 :  $\neg \text{prazdna}(\text{pridajPolozku}(o, p))$*

## Predpoklady

*$\text{odoberPolozku}(o : \text{Objednavka}, p : \text{Polozka})$  requires  $\neg \text{prazdna}(o)$*

## Čo chýba?

- Nevieme kedy je objednávka expedovaná
- Potrebujeme však vyjadriť nemennosť expedovanej objednávky
- Problém by vyriešilo pridanie príslušného príznaku alebo atribútu, ale tento prístup to neumožňuje
- Mohli by sme rozlišovať medzi typmi expedovanej a neexpedovanej objednávky, ale pri väčšom počte atribútov budeme mať explóziu typov
- Aké je teda riešenie?

## Atribúty sledujeme pomocou funkcií

- Doplníme funkciu:

$expedovana : Objednavka \rightarrow Boolean$

- Upravíme predpoklady:

$pridajPolozku(o : Objednavka, p : Polozka)$  requires  $\neg expedovana(o)$

$odoberPolozku(o : Objednavka, p : Polozka)$  requires  
 $\neg prazdna(o) \wedge \neg expedovana(o)$

$zrus(o : Objednavka)$  requires  $\neg expedovana(o)$



# Zásobník v jazyku Z

## Zásobník bez definície štruktúry (1)

- Musíme simulovať typ Boolean, lebo jazyk Z ho nepozná:

$[Stack]$   
 $Boolean ::= t \mid f$

## Zásobník bez definície štruktúry (2)

- Funkcie reprezentujeme vo forme generickej definície

$[E]$

$push : Stack \times E \rightarrow Stack$

$pop : Stack \rightarrow Stack$

$top : Stack \rightarrow E$

$empty : Stack \rightarrow Boolean$

$new : Stack$

$\forall s : Stack; e : E \bullet$

$top(push(s, e)) = e$

$\wedge pop(push(s, e)) = s$

$\wedge empty(new) = t$

$\wedge empty(push(s, e)) = f$

## Zásobník bez definície štruktúry (3)

- Problém je, že týmto spôsobom nemôžeme vyjadriť predpoklady, lebo takto vlastne definujeme len konštanty – akoby makrá
- Nepoužívame adekvátny prostriedok: schémy
- Funkcie pre nás budú operácie – operácie teda vyjadríme schémami
- Predpoklady a dôsledky potom budú vystupovať v schémach operácií – ako obvykle

## Zásobník ako postupnosť (1)

- Ak chceme použiť schémy, musíme predpokladať nejakú štruktúru zásobníka
- Zoberme postupnosť ako vhodnú matematickú abstrakciu (definuje poradie prvkov)

$Stack[E]$
$stack : seq E$

- Po inicializácii je zásobník prázdny

$StackInit[E]$
$Stack'[E]$
$stack' = \langle \rangle$

- Dôsledok vyjadrený v schéme je uplatnením axiómu

$empty(new)$

## Zásobník ako postupnosť (2)

- Funkcia push

$$\begin{array}{|l} \text{StackPush}[E] \\ \Delta\text{Stack}[E] \\ e? : E \\ \hline \text{stack}' = \langle e? \rangle \hat{\ } \text{stack} \end{array}$$

- Dôsledky vyjadrené v schéme sú uplatnením axiémov

$$\begin{aligned} \text{top}(\text{push}(s, e)) &= e \\ \neg \text{empty}(\text{push}(s, e)) \end{aligned}$$

## Zásobník ako postupnosť (3)

- Funkcia top

$StackTop[E]$

$\exists Stack[E]$

$e! : E$

$stack \neq \langle \rangle$

$e! = head\ stack$

## Zásobník ako postupnosť (4)

- Funkcia pop

$$\frac{\text{StackPop}[E]}{\Delta\text{Stack}[E]}$$

---

$$\begin{array}{l} \text{stack} \neq \langle \rangle \\ \text{stack}' = \text{tail stack} \end{array}$$



# K implementácii

## ADT a OOP

- Možno povedať, že trieda je implementácia abstraktného typu údajov
- Presnejšie, trieda predstavuje abstraktný typ údajov s čiastočnou implementáciou
- Najčastejšie nemáme prostriedky na vyjadrenie predpokladov a dôsledkov funkcií
- Úplne bez implementácie: plne abstraktné triedy a rozhrania
- Dedenie – cesta k rôznym verziám ADT

## Iné možnosti

- Pre implementáciu ADT nie je nevyhnutné OOP
- Funkcionalita ADT sa dá implementovať aj procedurálne alebo funkcionálne (aplikatívne)
- V závislosti od programovacieho jazyka môžeme byť viac alebo menej obmedzení v možnostiach vyjadriť typ ako taký

# Sumarizácia

# Sumarizácia

- Abstraktné typy údajov ako prostriedok na vyjadrenie správania bez viazania sa na určitú štruktúru
- Možnosti vyjadrenia v jazyku  $Z$  – predsa musíme určiť štruktúru aj keď na vyššej úrovni abstrakcie
- Možnosti implementácie – trieda ako implementácia ADT

# Literatúra

- Kapitola 6 z knihy  
B. Meyer. Object-Oriented Software Construction. Prentice Hall, 2nd edition, 2000.